ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

INTHAVICHIT PADAPHET

XẤP XỈ NGHIỆM CHO BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

INTHAVICHIT PADAPHET

XẤP XỈ NGHIỆM CHO BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN

Chuyên ngành: Toán giải tích
Mã số: 60 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: TS. Lâm Thùy Dương

THÁI NGUYÊN - 2017

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực, không trùng lặp với bất kỳ đề tài nào khác. Các tài liệu trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Tác giả

Padaphet Inthavichit

LỜI CẢM ƠN

Luận văn đã được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm thuộc Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của TS. Lâm Thùy Dương.

Tác giả xin chân thành cảm ơn tới Ban Giám hiệu, Ban chủ nhiệm khoa Toán trường Đại học Sư phạm đã tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc nhất tới TS. Lâm Thùy Dương đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ em trong suốt thời gian thực hiện khóa luận.

Tác giả xin chân thành cảm ơn tới các thầy giáo, cô giáo trong Bộ môn Giải tích đã cho em những ý kiến đóng góp quý báu và tạo mọi điều kiện giúp đỡ em hoàn thành khóa luận.

Tác giả xin chân thành cảm ơn gia đình và bạn bè đã tạo mọi điều kiện thuận lợi cho em trong quá trình học tập.

Thái Nguyên, tháng 5 năm 2017

Tác giả

Padaphet Inthavichit

Mục lục

MỞ ĐẦU

Bài toán bất đẳng thức biến phân trong không gian vô hạn chiều được giới thiệu lần đầu tiên vào năm 1966 bởi các nhà toán học Italia là Stampacchia và Hartman. Những nghiên cứu đầu tiên về bài toán này liên quan đến việc giải các bài toán điều khiển tối ưu và các bài toán biên có dạng của phương trình đạo hàm riêng. Từ đó bài toán bất đẳng thức biến phân đã có những bước phát triển mạnh và thu hút được sự quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu.

Một trong những hướng nghiên cứu quan trọng của bất đẳng thức biến phân là việc xây dựng các phương pháp giải. Dựa trên tính chất kiểu đơn điệu, Cohen G. [8] đã nghiên cứu phương pháp bài toán phụ, B. Martinet [14] nghiên cứu phương pháp điểm gần kề,... Những phương pháp này cho được kết quả hội tụ trên cơ sở đưa ra các giả thiết khác nhau về tính đơn điệu. Lions J. L và Stampacchia G. [13] sử dụng phép chiếu $P_C : H \to C$ đề xuất phương pháp điểm bất động để xấp xỉ nghiệm. Tuy nhiên, trong ứng dụng, toán tử chiếu P_C làm cho việc tính toán các dãy lặp gặp nhiều khó khăn do tính phức tạp của tập con lồi đóng C. Do đó để tránh phải sử dụng phép chiếu Yamada I. [27] đã đề xuất phương pháp đường dốc nhất lai ghép (Hybrid Steepest Descent method), bằng cách thay phép chiếu P_C bằng ánh xạ không giãn $T : H \to H$, để giải bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động của ánh xạ không giãn. Các thuật toán do Yamada đề xuất khá hiệu quả và đã được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu, rồi mở rộng cho một họ hữu hạn các ánh xạ không giãn, như là Xu H. K, Kim T. H, Zeng L. C, Yao J. C , ...

Bên cạnh đó, ta biết rằng bất đẳng thức biến phân loại đơn điệu, nói chung, thuộc lớp bài toán đặt không chỉnh. Một trong những phương pháp được sử dụng rộng rãi là phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov. Phương pháp này được Tikhonov A. N. đề xuất vào năm 1963. Trên ý tưởng hiệu chỉnh đó, đã có nhiều hướng mở rộng cho lớp các bài toán bất đẳng thức biến phân loại đơn điệu từ không gian Hilbert sang không gian Banach.

Trong nước có một số nhóm nghiên cứu phương pháp giải bất đẳng thức biến phân và một số bài toán liên quan như là: nhóm nghiên cứu thuộc Viện Công nghệ Thông tin của GS. TS. Nguyễn Bường [3], [4], nhóm nghiên cứu thuộc Viện Toán học của GS. TSKH. Lê Dũng Mưu, nhóm nghiên cứu thuộc Đại học Thái Nguyên của PGS. TS. Nguyễn Thị Thu Thủy [23].

Trong phạm vi luận văn này chúng tôi nghiên cứu một phương pháp để xấp xỉ nghiệm cho bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động chung của một họ hữu hạn các ánh xạ không giãn trong không gian Hilbert. Phương pháp này được đề xuất bởi GS. TS. Nguyễn Bường và TS. Lâm Thùy Dương [3].

Chương 1

Bất đẳng thức biến phân trong không gian Hilbert

1.1. Không gian Hilbert

1.1.1. Định nghĩa và ví dụ

Định nghĩa 1.1. Cho X là một không gian tuyến tính trên trường số thực $\mathbb{R}$. Một tích vô hướng trong X là một ánh xạ $\langle \cdot, \cdot \rangle : X \times X \to \mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện sau:

(i) $\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle, \forall\, x, y \in X$;

(ii) $\langle x + y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle, \forall\, x, y, z \in X$;

(iii) $\langle \lambda x, y \rangle = \lambda \langle x, y \rangle, \forall\, x, y \in X; \lambda \in \mathbb{R}$;

(iv) $\langle x, x \rangle > 0, \forall\, x \neq 0; \quad \langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Không gian tuyến tính X cùng với tích vô hướng $\langle \cdot, \cdot \rangle$ được gọi là không gian tiền Hilbert.

Chuẩn của phần tử $x \in X$, kí hiệu $\|x\|$ và được xác định:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} \tag{1.1}$$

Không gian tiền Hilbert đầy đủ với metric sinh bởi chuẩn xác định bởi (1.1) được gọi là không gian Hilbert.

Ví dụ 1.1. Không gian n chiều $\mathbb{R}^n$ với tích vô hướng xác định bởi:

$$\langle x, y \rangle = \sum_{k=1}^{n} \xi_k \eta_k,$$

trong đó $x = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n) \in \mathbb{R}^n$ và $y = (\eta_1, \eta_2, ..., \eta_n) \in \mathbb{R}^n$, là một không gian Hilbert.

Ví dụ 1.2. Không gian $l^2 = \left\{ x = (x_1, x_2, ...) : \sum\limits_{i=1}^{\infty} |x_i|^2 < \infty \right\}$ tất cả các dãy số thực, với tích vô hướng xác định bởi:

$$\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^{\infty} x_i y_i,$$

trong đó $x = (x_1, x_2, ...), y = (y_1, y_2, ...)$ thuộc l^2, là một không gian Hilbert.

Ví dụ 1.3. Không gian $C_{[a,b]}^{L^2}$ gồm tất cả các hàm liên tục trên $[a, b]$ với các phép toán tuyến tính thông thường và với tích vô hướng:

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x) \cdot g(x) dx.$$

trong đó $f, g \in C_{[a,b]}^{L^2}$, là không gian Hilbert.

1.1.2. Một số khái niệm liên quan

- Cho C là một tập con khác rỗng của không gian định chuẩn X.

(i) C được gọi là bị chặn, nếu $\exists M > 0$ sao cho

$$\|x\| \leq M, \forall x \in C. \tag{1.2}$$

(ii) C được gọi là lồi, nếu $\forall x, y \in C, 0 \leq \lambda \leq 1$, ta có:

$$\lambda x + (1 - \lambda) y \in C. \tag{1.3}$$

(iii) C được gọi là compact, nếu mỗi dãy $\{x_n\} \subset C$ đều chứa dãy con $\{x_{n_k}\}$ hội tụ tới một điểm thuộc C.

Nhận xét 1.1. Mỗi tập con đóng, bị chặn C của một không gian Hilbert là compact yếu, tức là mỗi dãy bị chặn trong C có thể trích ra một dãy con hội tụ yếu tới một phần tử của không gian này.